LA JAUNE ET LA ROUGE

LA JAUNE ET LA ROUGE
LA JAUNE ET LA ROUGE
LA JAUNE ET LA ROUGE
LA JAUNE ET LA ROUGE
LA JAUNE ET LA ROUGE
LA JAUNE ET LA ROUGE
LA JAUNE ET LA ROUGE
LA JAUNE ET LA ROUGE

NOVEMBRE 1983 - N° 389/10 F

La Jaune et la Rouge - n° 389 - Novembre 1983

Revue mensuelle de la Société amicale
des anciens élèves de l'École Polytechnique

SOMMAIRE

D'un mois à l'autre

Vie de l'école

Libres Propos

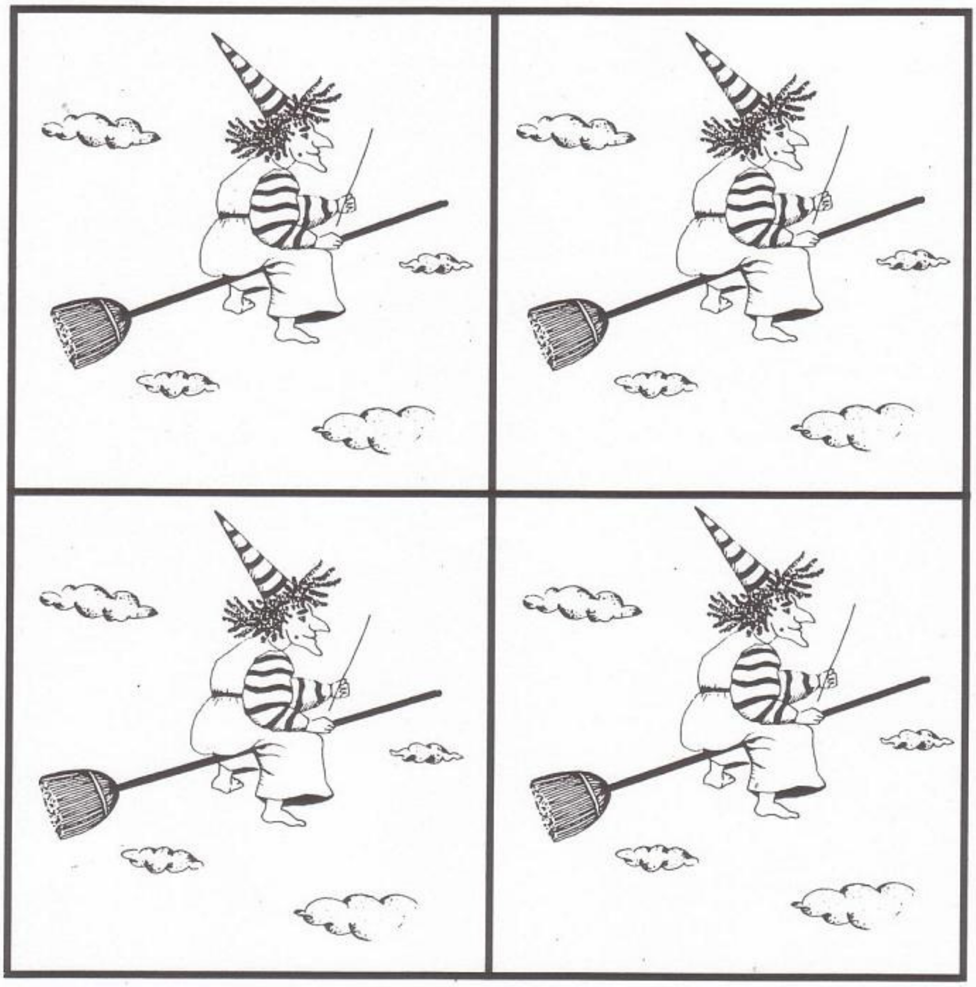
Vie de l'Association

Directeur de la publication : Jacques Bouttes (52) • Rédacteur en chef : Jean-Pierre Callot (31) • Dessin : Philippe Rémon-Beauvais (57), Jean Croizé-Pourcelet (63) • Mise en page : Annie Huart • Secrétariat de rédaction : Andrée Rousseau.

5, rue Descartes, Ve Paris - Téléphone : 633.74.25
Abonnement France 100 F. Étranger 150 F. Veuves d'X 60 F
membres de l'association 72 incluse : 50 F - 73 à 76 : 37,50 F - 77 à 79 : 25 F
Prix du numéro 10 F ; numéro spécial 35 F

Fabrication - A.P.S.-Tours - Publicité OFERSOP, 8 bd Montmartre, 75009 Paris 824.93.39
Commission paritaire 65 147 - Tirage 11 500

UNE DÉCOUVERTE : LE PREMIER CARRÉ QUADRIMAGIQUE



On connaît la définition des carrés magiques, auxquels nous avons consacré plusieurs fois cette rubrique il y a quelques années : un carré magique est un carré numérique tel que les sommes des nombres de chaque ligne, de chaque colonne et des deux diagonales soient identiques, leur valeur commune étant la « somme » du carré (C). Le nombre des cases par côté est le « côté » ou « module ».

Un carré magique ordinaire est difficile à construire pour un profane. Mais non pour les spécialistes qui ont imaginé des carrés bimagiques, trimagiques, etc., carrés magiques qui demeurent magiques lorsqu'on remplace chaque élément par son carré, son cube, etc., et qui ont cherché à réaliser de tels monstres arithmétiques, de modules les plus petits possibles.

***

Les carrés bimagiques sont connus depuis longtemps. Le premier carré trimagique a été, je crois, indiqué par le mathématicien G. Farry au début du siècle. Il avait pour module 128. En 1934, le général Eutrope Cazalas (X 1884) publia « Carrés magiques au degré n » dans lequel il donnait un carré trimagique de module 64.

D'après le Scientific American, ce record aurait été battu en 1949 par le Captain Benson, avec un trimagique de 32. Mais nous possédons un recordman du monde avec notre camarade Charles Devimeux (38) qui a réalisé indépendamment de Benson, deux trimagiques de même module 32 !

Charles Devimeux a ensuite construit le plus petit trimagique de module impair qui puisse exister (81). Il est encore allé beaucoup plus loin et il a réalisé récemment le premier carré quadrimagique *connu, tout en démontrant que son module – 256 – était le plus petit possible (1). Nous reproduisons, pages 7 et 8, trois carrés magiques dus à Devimeux.*

A_1 et A_2, partiellement bimagiques – 4 rangées et 4 colonnes bimagiques sur 7 – ayant tous deux mêmes sommes.

A_3. Un carré trimagique et panmagique, de côté 32, ayant de très nombreuses propriétés magiques (compartiments, constellations, etc.).

(1) Devimeux a cherché s'il n'existait pas de carré quadrimagique de module impair inférieur à 256. Il a effectivement trouvé plusieurs carrés de module 243 (3^5) dont toutes les lignes et toutes les colonnes sont magiques au 4e degré. Mais les deux diagonales ne le sont qu'au 3e degré. Il s'agit donc de carrés semi-quadrimagiques et 256 reste bien le plus petit module possible pour les vrais quadrimagiques.

Il n'est évidemment pas possible de reproduire le carré quadrimagique (unique au monde, je le rappelle) *qui comprend 65 536 éléments et qui est établi sous forme d'un atlas de 64 pages (dont l'AX possède un exemplaire).*

Charles Devimeux a bien voulu nous donner ci-après quelques indications très succinctes sur la méthode et le matériel qu'il a employés.

Carré quadrimagique de module 256
Méthode de construction

Le carré est calculé en développant les deux séries numérales du 8ᵉ ordre ci-jointes, qui comprennent chacune 8 clés de 16 chiffres binaires. Leur ensemble est un tableau carré de 16 × 16 chiffres binaires que l'on peut considérer comme un vecteur $\vec{S}$ à 16 composantes constituées chacune par un nombre binaire de 16 digits.

Associons au carré une table naturelle d'addition, de même dimension que lui. A chaque élément M_X du carré on fait correspondre le nombre X occupant la même case dans la table. X est appelé le rang de M_X.

Le calcul comporte 5 opérations :

1. Exprimer X en binaire, nombre de 16 digits qui constituent les 16 composantes d'un vecteur $\vec{X}$.
2. Effectuer le produit scalaire $R = \vec{S} . \vec{X}$.
3. Ajouter au résultat la constante K (opération nécessaire pour assurer la quadrimagie des diagonales) :

$$M_X \text{ (binaire)} = R + K = \vec{S} . \vec{R} + K$$

4. Traduire M_X dans le système décimal.
5. Ajouter 1 à M_X car les séries donnent bien les m^2 nombres mais allant de 0 à m^2, alors qu'il est plus fréquent de leur préférer 1 à m^2 (ici m = 256).

Dans les phases 2 et 3 du calcul, les opérations sont numérales. L'addition, en particulier, respecte les règles suivantes :

$$0 + 1 = 1 + 0 = 1 \qquad 0 + 0 = 1 + 1 = 0$$

Une erreur étant pratiquement indécelable dans une structure de cette dimension, au demeurant très difficilement vérifiable, un résultat fiable a cependant été obtenu en effectuant les calculs à l'aide d'une calculatrice de poche haut de gamme, une H.P. 41 CV de Hewlett-Packard (2.240 octets de mémoire) couplée à une imprimante H.P. 82143 A. Les 64 planches constituant le carré terminé ont été obtenues en photocopiant un montage de nombres imprimés, donc sans recopie...

***

En quelques lignes nous n'avons pas pu décrire le procédé de composition des séries numérales quadrimagiques. Une note ultérieure, sur ce sujet, sera transmise à l'AX qui en enverra copie aux camarades qui le demanderont.

r_1 =	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1
r_2 =	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1
r_3 =	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
r_4 =	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
r_5 =	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0
r_6 =	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0
r_7 =	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0
r_8 =	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1

A 1.

s_1 =	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0
s_2 =	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0
s_3 =	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0
s_4 =	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
s_5 =	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1
s_6 =	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1
s_7 =	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0
s_8 =	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1
K =	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

A 2.

18	38	1	44	13	35	26
40	4	45	8	30	27	21
7	47	11	31	22	16	41
48	14	33	25	17	36	2
9	34	28	19	39	3	43
29	23	20	42	5	46	10
24	15	37	6	49	12	32

4 lignes bimagiques (1°, 2°, 6° et 7°) c_1 = 175

24	20	1	14	37	47	32
34	22	21	2	12	39	45
43	35	23	19	4	10	41
42	44	33	25	17	6	8
9	40	46	31	27	15	7
5	11	38	48	29	28	16
18	3	13	36	49	30	26

4 colonnes bimagiques (1°, 2°, 6° et 7°) c_2 = 5 775

A 3. Carré trimagique et panmagique de côté $2^5 = 32$
construit à l'aide de deux séries numérales du 5e ordre ci-contre :

Valeurs des constantes
$C_1 = 16\,400$
$C_2 = 11\,201\,200$
$C_3 = 8\,606\,720\,000$

$r_1 = 00\ 01\ 10\ 00\ 11 \quad s_1 = 01\ 00\ 11\ 10\ 00$
$r_2 = 00\ 10\ 10\ 01\ 01 \quad s_2 = 01\ 01\ 01\ 00\ 01$
$r_3 = 01\ 00\ 10\ 10\ 01 \quad s_3 = 11\ 00\ 01\ 01\ 00$
$r_4 = 10\ 00\ 11\ 00\ 01 \quad s_4 = 01\ 10\ 01\ 00\ 10$
$r_5 = 00\ 00\ 01\ 11\ 11 \quad s_5 = 11\ 11\ 10\ 00\ 00$

1	100	166	199	298	331	397	496	562	595	661	760	793	892	958	991	32	125	187	218	311	342	404	497	559	590	652	745	776	869	931	962
313	348	414	511	18	115	181	216	778	875	941	976	545	580	646	743	296	325	387	482	15	110	172	201	791	886	948	977	576	605	667	762
338	307	501	408	121	28	222	191	865	772	966	935	586	555	749	656	335	302	492	393	104	5	195	162	896	797	987	954	599	566	756	657
106	11	205	176	321	292	486	391	601	572	766	671	882	787	981	952	119	22	212	177	352	317	507	410	584	549	739	642	879	782	972	937
789	888	946	979	574	607	665	764	294	327	385	484	13	112	170	203	780	873	943	974	547	578	648	741	315	346	416	509	20	113	183	214
557	592	650	747	774	871	929	964	30	127	185	220	309	344	402	499	564	593	663	758	795	890	960	989	3	98	168	197	300	329	399	494
582	551	737	644	877	784	970	939	117	24	210	179	350	319	505	412	603	570	768	669	884	785	983	950	108	9	207	174	323	290	488	389
894	799	985	956	597	568	754	659	333	304	490	395	102	7	193	164	867	770	968	933	588	553	751	654	340	305	503	406	123	26	224	189
403	498	312	341	188	217	31	126	932	961	775	870	651	746	560	589	398	495	297	332	165	200	2	99	957	992	794	891	662	759	561	596
171	202	16	109	388	481	295	326	668	761	575	606	947	978	792	885	182	215	17	116	413	512	314	347	645	744	546	579	942	975	777	876
196	161	103	6	491	394	336	301	755	658	600	565	988	953	895	798	221	192	122	27	502	407	337	308	750	655	585	556	965	936	866	771
508	409	351	318	211	178	120	21	971	938	880	781	740	641	583	550	485	392	322	291	206	175	105	12	982	951	881	788	765	672	602	571
647	742	548	577	944	973	779	874	184	213	19	114	415	510	316	345	666	763	573	608	945	980	790	887	169	204	14	111	386	483	293	328
959	990	796	889	664	757	563	594	400	493	299	330	167	198	4	97	930	963	773	872	649	748	558	591	401	500	310	343	186	219	29	128
984	949	883	786	767	670	604	569	487	390	324	289	208	173	107	10	969	940	878	783	738	643	581	552	506	411	349	320	209	180	118	23
752	653	587	554	967	934	868	769	223	190	124	25	504	405	339	306	753	660	598	567	986	955	893	800	194	163	101	8	489	396	334	303

993	900	838	807	714	683	621	528	466	435	373	280	249	156	94	63	1024	925	859	826	727	694	628	529	463	430	364	265	232	133	67	34
729	700	638	543	1010	915	853	824	234	139	77	48	449	420	358	263	712	677	611	514	1007	910	844	809	247	150	84	49	480	445	379	282
690	723	533	632	921	1020	830	863	129	228	38	71	426	459	269	368	687	718	524	617	904	997	803	834	160	253	59	90	439	470	276	369
906	1003	813	848	673	708	518	615	441	476	286	383	146	243	53	88	919	1014	820	849	704	733	539	634	424	453	259	354	143	238	44	73
245	152	82	51	478	447	377	284	710	679	609	516	1005	912	842	811	236	137	79	46	451	418	360	261	731	698	640	541	1012	913	855	822
461	432	362	267	230	135	65	36	1022	927	857	828	725	696	626	531	468	433	375	278	251	154	96	61	995	898	840	805	716	681	623	526
422	455	257	356	141	240	42	75	917	1016	818	851	702	735	537	636	443	474	288	381	148	241	55	86	908	1001	815	846	675	706	520	613
158	255	57	92	437	472	274	371	685	720	522	619	902	999	801	836	131	226	40	69	428	457	271	366	692	721	535	630	923	018	832	861
627	530	728	693	860	825	1023	926	68	33	231	134	363	266	464	429	622	527	713	684	837	808	994	899	93	64	250	155	374	279	465	436
843	810	1008	909	612	513	711	678	380	281	479	446	83	50	248	149	854	823	1009	916	637	544	730	699	357	264	450	419	78	47	233	140
804	833	903	998	523	618	688	717	275	370	440	469	60	89	159	254	829	864	922	1019	534	631	689	724	270	367	425	460	37	72	130	227
540	633	703	734	819	850	920	1013	43	74	144	237	260	353	423	454	517	616	674	707	814	847	905	1004	54	87	145	244	285	384	442	475
359	262	452	417	80	45	235	138	856	821	1011	914	639	542	732	697	378	283	477	448	81	52	246	151	841	812	1006	911	610	515	709	680
95	62	252	153	376	277	467	434	624	525	715	682	839	806	996	897	66	35	229	136	361	268	462	431	625	532	726	695	858	827	1021	928
56	85	147	242	287	382	444	473	519	614	676	705	816	845	907	1002	41	76	142	239	258	355	421	456	538	635	701	736	817	852	918	1015
272	365	427	458	39	70	132	225	831	862	924	1017	536	629	691	722	273	372	438	471	58	91	157	256	802	835	901	1000	521	620	686	719

32 rangées trimagiques (C_1, C_2, C_3)
32 colonnes trimagiques (C_1, C_2, C_3)
4 diagonales trimagiques (C_1, C_2, C_3)
8 demi-diagonales bimagiques $\left(\frac{1}{2}C_1, \frac{1}{2}C_2\right)$
16 quarts de diagonales magiques $\left(\frac{1}{4}C_1\right)$

Panmagique (2 × 32 diagonales magiques – C_1)
4 compartiments magiques de 16 à diagonales bimagiques ($C_{1/2}$ $C_{2/2}$)
16 compartiments de 8 à somme bimagique (2 C_2) et diagonale magiques $\left(\frac{1}{4}C_1\right)$
64 compartiments de 4 à somme magique $\left(\frac{1}{2}C_1\right)$
2 × 32 constellations trimagiques (C_1, C_2, C_3) à mailles rectangulaires de 4 sur 8