Supplément de l'article « Les ancêtres français du sudoku »

Christian Boyer
mai 2006

Dans l'article de *Pour La Science* de juin 2006 (pages 8 à 11, et page 89), six problèmes ancêtres du sudoku sont publiés, tous datant de fin XIXème.

Comme indiqué en fin d'article, page 11, voici quelques problèmes supplémentaires :

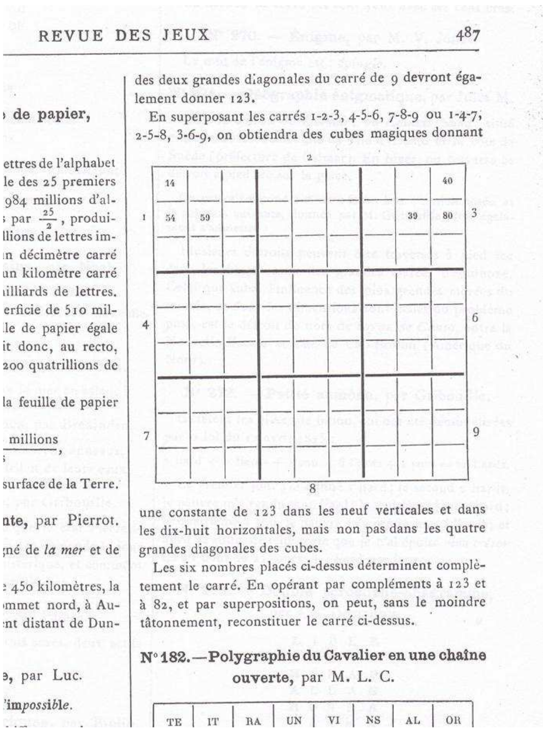
- trois autres problèmes datant de fin XIXème
- le problème du sudoku pandiagonal
- rappel des deux énigmes sudoku posées dans *Pour La Science* de janvier 2006, dont les solutions n'ont jamais été publiées

ainsi que des photos de quelques-uns des problèmes de l'article, tels que parus dans la presse de l'époque.

Pour mieux limiter les tentations… les solutions de ces problèmes supplémentaires sont dans un document séparé.

Photos des journaux de l'époque

Voici quelques photos des journaux de l'époque, dont les problèmes ont été repris dans l'article de *Pour La Science*.



REVUE DES JEUX 487

de papier,

ettres de l'alphabet
le des 25 premiers
984 millions d'al-
par $\frac{25}{2}$, produi-
llions de lettres im-
n décimètre carré
un kilomètre carré
illiards de lettres.
erficie de 510 mil-
le de papier égale
it donc, au recto,
200 quatrillions de
la feuille de papier
millions
surface de la Terre.
nte, par Pierrot.
né de *la mer* et de
450 kilomètres, la
mmet nord, à Au-
nt distant de Dun-
e, par Luc.
'impossible.

des deux grandes diagonales du carré de 9 devront également donner 123.

En superposant les carrés 1-2-3, 4-5-6, 7-8-9 ou 1-4-7, 2-5-8, 3-6-9, on obtiendra des cubes magiques donnant

					2					
	14								40	
1	54	59						39	80	3
4										6
7										9
					8					

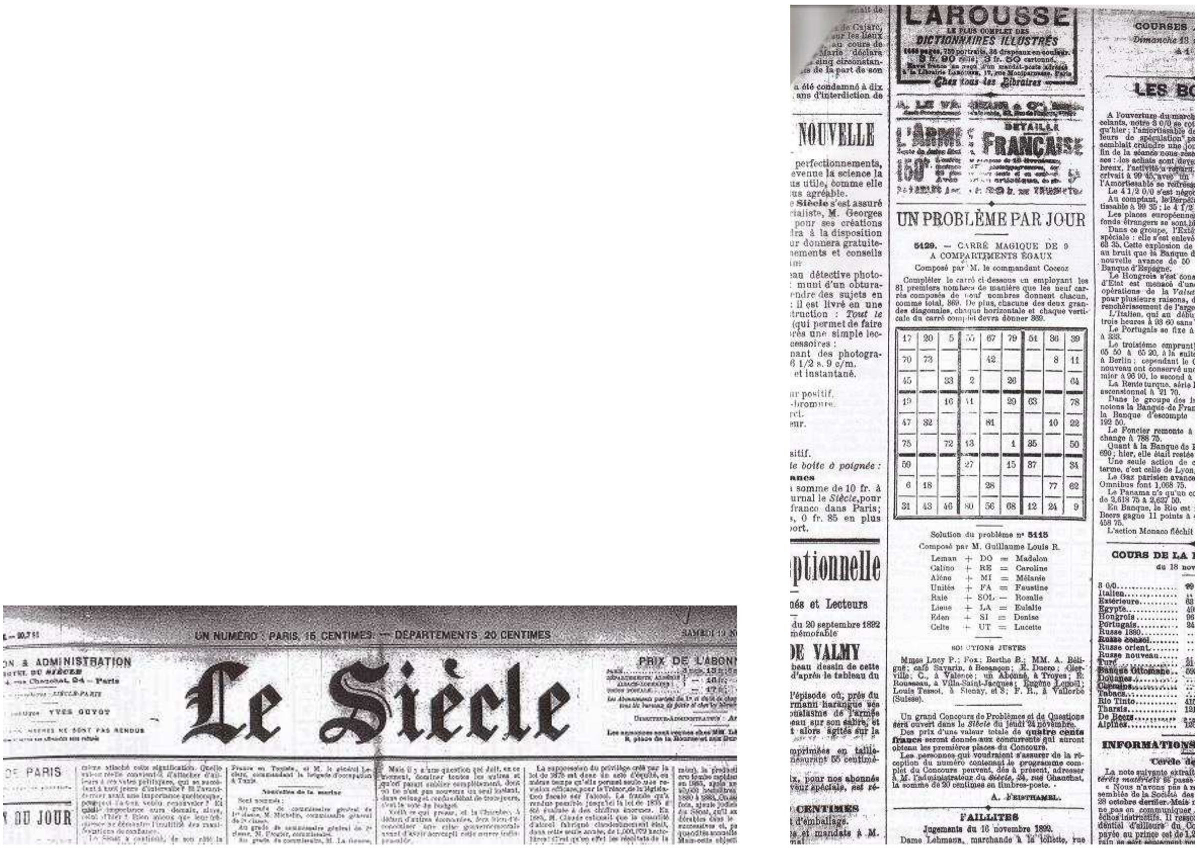
une constante de 123 dans les neuf verticales et dans les dix-huit horizontales, mais non pas dans les quatre grandes diagonales des cubes.

Les six nombres placés ci-dessus déterminent complètement le carré. En opérant par compléments à 123 et à 82, et par superpositions, on peut, sans le moindre tâtonnement, reconstituer le carré ci-dessus.

N° 182. — Polygraphie du Cavalier en une chaîne ouverte, par M. L. C.

TE	IT	RA	UN	VI	NS	AL	OR

La Revue des Jeux, 21 août 1891.
Première apparition connue d'une grille 9x9 composée de sous-carrés 3x3
(problème 1 de l'article de Pour La Science)



Le Siècle

UN NUMÉRO : PARIS, 15 CENTIMES — DÉPARTEMENTS 20 CENTIMES

UN PROBLÈME PAR JOUR

5129. — CARRÉ MAGIQUE DE 9 A COMPARTIMENTS ÉGAUX

Composé par M. le commandant Coccoz

Compléter le carré ci-dessous en employant les 81 premiers nombres de manière que les neuf carrés composés de neuf nombres donnent chacun, comme total, 369. De plus, chacune des deux grandes diagonales, chaque horizontale et chaque verticale du carré complet devra donner 369.

17	20	5	55	67	79	51	36	39
70	73			42			8	11
45		33	2		26			64
19		16	11		29	63		78
47	32			81			10	22
75		72	13		1	35		50
59			27		15	37		34
6	18			28			77	62
31	43	46	80	56	68	12	24	9

Solution du problème n° 5115

Composé par M. Guillaume Louis R.

Leman + DO = Madelon
Calino + RE = Caroline
Aliène + MI = Mélanie
Unités + FA = Faustine
Raie + SOL = Rosalie
Lieue + LA = Eulalie
Eden + SI = Denise
Celte + UT = Lucette

SOLUTIONS JUSTES

Mmes Lucy P.; Fox; Bertha B.; MM. A. Béligné; café Savarin, à Besançon; E. Ducro; Clerville; C., à Valence; un Abonné, à Troyes; E. Rousseau, à Villa-Saint-Jacques; Eugène Lepoil; Louis Tessot, à Stenay, et S; F. R., à Vallorbe (Suisse).

Un grand Concours de Problèmes et de Questions sera ouvert dans le *Siècle* du jeudi 24 novembre. Des prix d'une valeur totale de **quatre cents francs** seront donnés aux concurrents qui auront obtenu les premières places du Concours.

Les personnes qui voudraient s'assurer de la réception du numéro contenant le programme complet du Concours peuvent, dès à présent, adresser à M. l'administrateur du *Siècle*, 24, rue Chauchat, la somme de 20 centimes en timbres-poste.

A. FEISTHAMEL.

Le Siècle, 19 novembre 1892.
Grille 9x9 avec sous-carrés 3x3, décomposable en 2 sudokus
(problème 3 de l'article de Pour La Science)

2e ÉDITION LA FRANCE 2e ÉDITION

SAMEDI 6 JUILLET 1895

A MADAGASCAR

Les Combats de Tsarasastra

DIVERTISSEMENTS QUOTIDIENS

N° 3879 — CARRÉ MAGIQUE DIABOLIQUE

Par M. B. Meyniel

Compléter le carré ci-dessous en employant les neuf premiers nombres chacun neuf fois de manière que les horizontales, les verticales et les deux grandes diagonales donnent toujours à l'addition le même total.

7	8	9	1	2	3	4	5	6
3				4				8
5				9				1
8				3				4
1	2	3	4	5	6	7	8	9
6				7				2
9				1				5
2				6				7
4	5	6	7	8	9	1	2	3

Ce carré devra être diabolique, c'est-à-dire que le carré restera magique si l'on place une ligne horizontale ou une colonne verticale à la suite de toutes les autres.

N° 3865 — MATHÉMATIQUES

Par M. Adolphe R.

Solution

Le marchand a vendu 27,075 vases; le 95e jour, le dernier, il a vendu 567 vases.

Solutions justes

MM. Améthyste; un chercheur; Paul et Jules Duplant; Albert Labarre; L. Grobet; C. Gerbaulet.

Les solutions et les envois de problèmes inédits doivent être adressés, dans la huitaine, au rédacteur soussigné.

FÉLIX ANDRÉ.

La France, 6 juillet 1895.
Problème si proche d'un sudoku ! Grille 9x9 à compléter, les 9 lignes et 9 colonnes utilisant chacune tous les chiffres de 1 à 9. Et même si leurs cadres ne sont pas dessinés, les sous-carrés 3x3 comprennent également tous les chiffres de 1 à 9.
(problème 6 de l'article de Pour La Science)

Problèmes supplémentaires S1, S2, S3.
Trois autres problèmes parus en France, fin XIXème.

Par souci d’authenticité, les problèmes sont ici donnés dans leur version originale, sans le moindre changement, ni dans le texte, ni dans la grille.
Après les énoncés originaux, *des commentaires en italique ont été ajoutés pour quelques précisions.*

► Problème S1, carré magique pandiagonal 9x9.
Paru dans Le Siècle, 23 juin 1888, par Luet (pseudonyme du commandant Coccoz),

Compléter le carré ci-dessous en ajoutant les seize premiers nombres, de manière à avoir un carré diabolique :

	17	24	31	38	54	61	68	75
33	37	53	63	67	74			23
62	69	73		18	22	32	39	52
	27		41	48	34	71	78	55
40	47	36	70	77	57		26	
72	76	56		25		42	46	35
21			51	28	44	81	58	65
50	30	43	80	60	64	20		
79	59	66	19			49	29	45

On sait que dans un « carré diabolique » toutes les conditions doivent être remplies, c’est-à-dire que l’addition des nombres composant les lignes horizontales, les colonnes verticales et les deux grandes diagonales doivent donner le même total ; de plus, le carré reste magique si l’on place une ligne ou une colonne à la suite de toutes les autres.

Commentaires. Les carrés diaboliques sont actuellement appelés carrés magiques pandiagonaux, signifiant que les diagonales brisées sont également magiques.
Problème de 1888, plus ancien que ceux de l’article.

► Problème S2, carré bimagique 9x9.
Paru dans Le Siècle, 27 juin 1891, par G. Pfeffermann.

Compléter le carré ci-dessous avec les 81 premiers nombres de manière que l’on ait la même somme, 369, en additionnant les neuf colonnes verticales, les neuf rangées horizontales et les deux grandes diagonales.
On devra trouver des sommes égales à 20049 en additionnant les carrés des mêmes nombres horizontalement, verticalement et diagonalement.

62	43		69		50		73	30
	66	40		36	79	47		59
33		76		56	21	72	53	
38		57	54	70		77	31	
	80	48		41	60	34		64
67	51		74		28		63	44
75	29		61		45		68	49
	58	35		46	65	42		81
52		71	32	78		55	39	

3844	1849		4761		2500		5329	900
	4356	1600		1296	6241	2209		3481
1089		5776		3136	441	5184	2809	
1444		3249	2916	4900		5929	961	
	6400	2304		1681	3600	1156		4096
4489	2601		5476		784		3969	1936
5625	841		3721		2025		4624	2401
	3364	1225		2116	4225	1764		6561
2704		5041	1024	6084		3025	1521	

Nous adressons de vifs compliments à l’auteur de ce *nouveau* et intéressant problème ; rappelons, en passant que c’est M. Pfeffermann qui a aussi le premier trouvé le carré magique de 8 à deux degrés. A quand celui de 10 ?

Commentaires. Les carrés à deux degrés sont actuellement appelés carrés bimagiques. Effectivement, Pfeffermann avait déjà été le premier à construire un carré bimagique 8x8 en 1890, que j'ai redonné dans Pour La Science en août 2001. A. Feisthamel, l'auteur de cette rubrique « Un problème par jour » dans Le Siècle demande quand arrivera celui de 10. La réponse est maintenant connue : cela attendra plus de 100 ans, puisque le premier carré bimagique 10x10 n'arrivera qu'en 2004, construit par le finlandais Fredrik Jansson.

Pourquoi la somme magique d'un carré magique 9x9 est 369 ?
*Contrairement à un sudoku ou un carré latin 9x9 qui n'utilise que des entiers de 1 à 9 (chaque ligne totalisant donc 45), un carré magique normal 9x9 doit contenir tous les entiers de 1 à 81. Calculons sa somme magique. La somme des entiers de 1 à n étant égale à n(n+1)/2, la somme globale de tous les entiers utilisés est donc 81*82 / 2 = 3321. Puisque le carré doit être réparti en 9 lignes ayant la même somme, la somme magique doit donc être égale à 3321/9 = 369.*

Avec un raisonnement similaire, et sachant que la somme des n carrés de 1^2 à n^2 est égale à $n^2(n^2+1)(2n^2+1)/6$, on en déduit que la somme magique d'un carré bimagique 9x9, lorsque ses nombres sont élevés au carré, est 20049.

► Problème S3, les macarons.
Paru dans L'Echo de Paris, 10 juillet 1894, par Pic de Brasero.

L'ÉCHO DE PARIS

JOURNAL LITTÉRAIRE ET POLITIQUE DU MATIN

Récréations Intellectuelles

JEUX D'ESPRIT

VARIA

CARRÉ MAGIQUE D'UN NOUVEAU GENRE

N° 289. — Les Macarons

La figure ci-dessous représente, si vous voulez, une de ces feuilles de macarons que l'on gagne à certains tourniquets.

« Écoutez bien ! » dit le marchand aux gentils gamins qui se pressent devant son étalage ; « écoutez bien ceci : celui d'entre vous » qui saura enlever 45 de ces macarons comme » je vais dire aura toute la feuille pour rien ! » Vous voyez qu'il y a 9 compartiments

000 | 000 | 000
000 | 000 | 000
000 | 000 | 000

000 | 000 | 000
000 | 000 | 000
000 | 000 | 000

000 | 000 | 000
000 | 000 | 000
000 | 000 | 000

La figure ci-dessous représente, si vous voulez, une de ces feuilles de macarons que l'on gagne à certains tourniquets.
« Ecoutez bien ! » dit le marchand aux gentils gamins qui se pressent devant son étalage ; « écoutez bien ceci : celui d'entre vous qui saura enlever 45 de ces macarons comme je vais dire aura toute la feuille pour rien ! Vous voyez qu'il y a 9 compartiments

O	O	O	O	O	O	O	O	O
O	O	O	O	O	O	O	O	O
O	O	O	O	O	O	O	O	O
O	O	O	O	O	O	O	O	O
O	O	O	O	O	O	O	O	O
O	O	O	O	O	O	O	O	O
O	O	O	O	O	O	O	O	O
O	O	O	O	O	O	O	O	O
O	O	O	O	O	O	O	O	O

Otez *un* macaron là où il vous plaira, *deux* ailleurs, puis 3, 4, 5,… 9 toujours en changeant de carré. Si vous avez visé juste, il devra rester 4 macarons par ligne verticale, horizontale et diagonale. De plus, les résidus des neuf douzaines feront un carré magique de 3. Allons ! mes enfants, à qui le tour ? Les cancres paieront dix sous la feuille, les malins se régaleront gratis ! »

Les pauvres petits en furent pour leurs dix sous chacun. Le problème est cependant soluble, mais comment ?

Commentaires. Voici le marquage en sous-carrés 3x3 dans ce problème qui n'a pourtant aucun lien avec les sudokus : il s'agit juste d'une petite gourmandise…
Petite erreur dans l'énoncé : il ne s'agit pas de douzaines, mais bien sûr de neuvaines. Ce problème n'a pas une solution unique.
Seulement 3 semaines plus tard, une autre publication, Les Tablettes du Chercheur, pose le même problème et y ajoute un second problème où il faut enlever 36 macarons au lieu de 45 : zéro macaron, un ailleurs, puis 2, 3, 4,… 8 en laissant 5 macarons par ligne verticale horizontale et diagonale. Saurez-vous également résoudre cette variante ? Les deux problèmes des Tablettes utilisent en réalité des pains d'épices au lieu des macarons, mais çà ne change rien au problème…

Problème supplémentaire S4.
Est-il possible de construire un sudoku pandiagonal ?

Il est possible de construire un sudoku diagonal, c'est-à-dire dont les diagonales contiennent aussi tous les nombres. C'est par exemple le cas du problème 6 de l'article. Mais est-il possible de construire un sudoku pandiagonal, c'est-à-dire dont toutes les diagonales *brisées* contiennent aussi tous les nombres ?

Il est par exemple possible de construire un carré latin pandiagonal 5x5 :

1	2	3	4	5
3	4	5	1	2
5	1	2	3	4
2	3	4	5	1
4	5	1	2	3

Carré latin pandiagonal

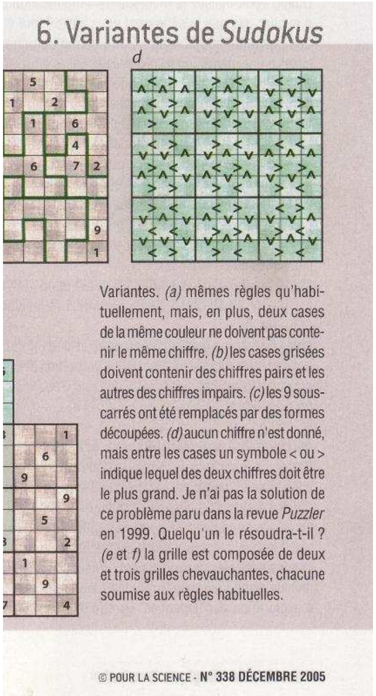
Dès son invention des carrés latins, Euler a démontré l'impossibilité d'un carré latin pandiagonal de côté pair ou multiple de 3. Début XXème, le mathématicien hongrois George Pólya a démontré que le problème équivalent des n dames (à prise pandiagonale) sur un échiquier nxn est impossible pour n=2k ou 3k. Puisque 9 est multiple de 3, il ne peut exister de carré latin pandiagonal 9x9, et donc a fortiori de sudoku pandiagonal 9x9.

Un sudoku pandiagonal 16x16 est donc également impossible, mais rien ne semble théoriquement interdire un sudoku pandiagonal 25x25, c'est-à-dire un carré latin pandiagonal 25x25 ayant en plus des caractéristiques de sudoku, donc avec sous-carrés 5x5 contenant les 25 nombres.

J'y suis effectivement arrivé. Y parviendrez-vous aussi ?

Problèmes supplémentaires S5, S6.
Rappel des énigmes sudoku posées dans *Pour La Science*, janvier 2006, page 9.

Dans son article « Le tsunami du sudoku », paru dans *Pour La Science* de décembre 2005, Jean-Paul Delahaye posait page 148 cet étrange problème 6d, un sudoku où aucun chiffre n'était donné :



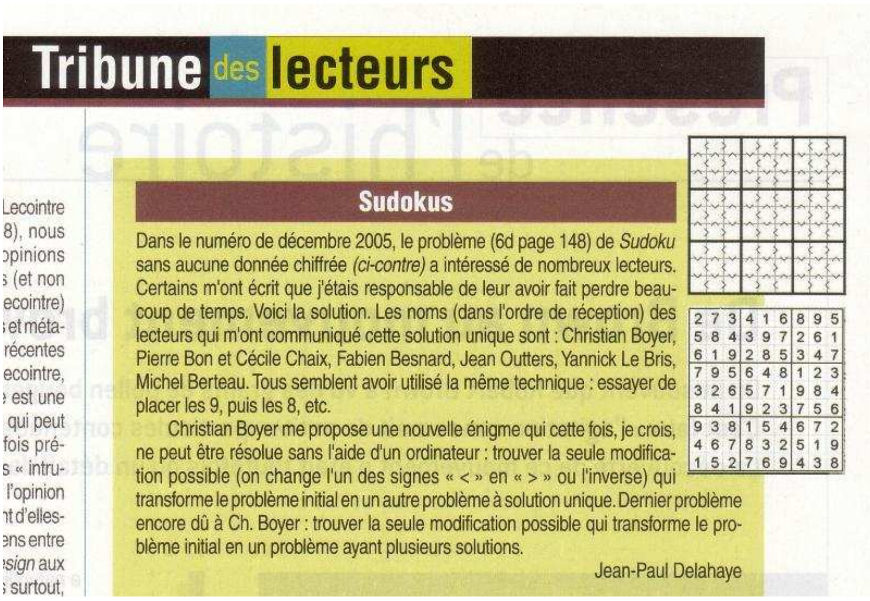
6. Variantes de *Sudokus*

d

Variantes. *(a)* mêmes règles qu'habituellement, mais, en plus, deux cases de la même couleur ne doivent pas contenir le même chiffre. *(b)* les cases grisées doivent contenir des chiffres pairs et les autres des chiffres impairs. *(c)* les 9 sous-carrés ont été remplacés par des formes découpées. *(d)* aucun chiffre n'est donné, mais entre les cases un symbole < ou > indique lequel des deux chiffres doit être le plus grand. Je n'ai pas la solution de ce problème paru dans la revue *Puzzler* en 1999. Quelqu'un le résoudra-t-il ? *(e* et *f)* la grille est composée de deux et trois grilles chevauchantes, chacune soumise aux règles habituelles.

© POUR LA SCIENCE - N° 338 DÉCEMBRE 2005

Dans le numéro suivant de janvier 2006, en tribune des lecteurs, page 9, Jean-Paul Delahaye en donnait la solution, et signalait mes deux énigmes autour de ce problème :



Tribune des lecteurs

Sudokus

Dans le numéro de décembre 2005, le problème (6d page 148) de *Sudoku* sans aucune donnée chiffrée *(ci-contre)* a intéressé de nombreux lecteurs. Certains m'ont écrit que j'étais responsable de leur avoir fait perdre beaucoup de temps. Voici la solution. Les noms (dans l'ordre de réception) des lecteurs qui m'ont communiqué cette solution unique sont : Christian Boyer, Pierre Bon et Cécile Chaix, Fabien Besnard, Jean Outters, Yannick Le Bris, Michel Berteau. Tous semblent avoir utilisé la même technique : essayer de placer les 9, puis les 8, etc.

Christian Boyer me propose une nouvelle énigme qui cette fois, je crois, ne peut être résolue sans l'aide d'un ordinateur : trouver la seule modification possible (on change l'un des signes « < » en « > » ou l'inverse) qui transforme le problème initial en un autre problème à solution unique. Dernier problème encore dû à Ch. Boyer : trouver la seule modification possible qui transforme le problème initial en un problème ayant plusieurs solutions.

Jean-Paul Delahaye

2	7	3	4	1	6	8	9	5
5	8	4	3	9	7	2	6	1
6	1	9	2	8	5	3	4	7
7	9	5	6	4	8	1	2	3
3	2	6	5	7	1	9	8	4
8	4	1	9	2	3	7	5	6
9	3	8	1	5	4	6	7	2
4	6	7	8	3	2	5	1	9
1	5	2	7	6	9	4	3	8

Ces deux problèmes sont donc :

► **Problème S5.**
Quel est le SEUL signe du puzzle original 6d que l'on peut inverser pour donner un nouveau puzzle sudoku ayant une seule solution ?

► **Problème S6.**
Quel est le SEUL signe du puzzle original 6d que l'on peut inverser pour donner un nouveau puzzle sudoku ayant plusieurs solutions ?

Suite à cette tribune, un seul lecteur a réussi à résoudre correctement ces deux problèmes : Louis Caya, du Canada. Réussirez-vous aussi ?